

Relativita

– na čo potrebujeme...

Karel Šafařík (CERN)

Prehistorická fyzika až po Galilea: **prirodzený stav telesa je pokoj (klud)**
Aby sme teleso pohli, musíme naňho pôsobiť silou...

Existuje privilegovaný systém v ktorom telesá sú v pokoji!

Galileo Galilei (1564–1642)

pokladaný za otca modernej fyziky, ale aj modernej vedy všeobecne, ako prvý preveroval všetky tvrdenia experimentálne

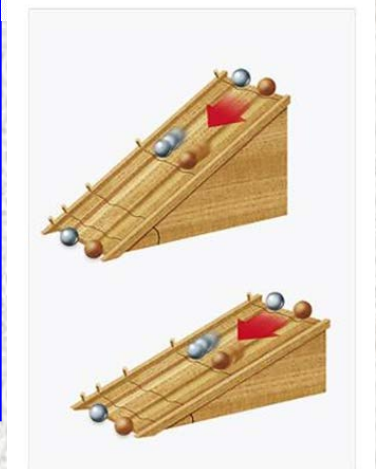
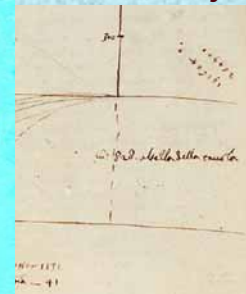
Analýzou svojich experimentov s naklonenou rovinou zistil, že všetky telesá padajú rovnako

Objavil tri mesiace Jupitera a štáto v rozpore s geocentrizmom...

Formuloval zákon skladania pohybov, ktorý potrdil mnohými experimentami...



isúdil, že je



Galileo na základe týchto pozorevaní uzavrel:

voľné teleso (na ktoré nepôsobí sila) sa pohybuje priamočiaro stálou rýchlosťou

a formuloval princíp relativity:

pozorovateľ v sústave, ktorá sa pohybuje priamočiaro stálou rýchlosťou, nemôže žiadnym spôsobom zistiť, že sa pohybuje

(Zem sa pohybuje, ale my to necítíme!)

“voľné teleso” - ??? kto je voľný?

“...priamočiaro stálou rýchlosťou” – relatívne (vzhľadom) k čomu?

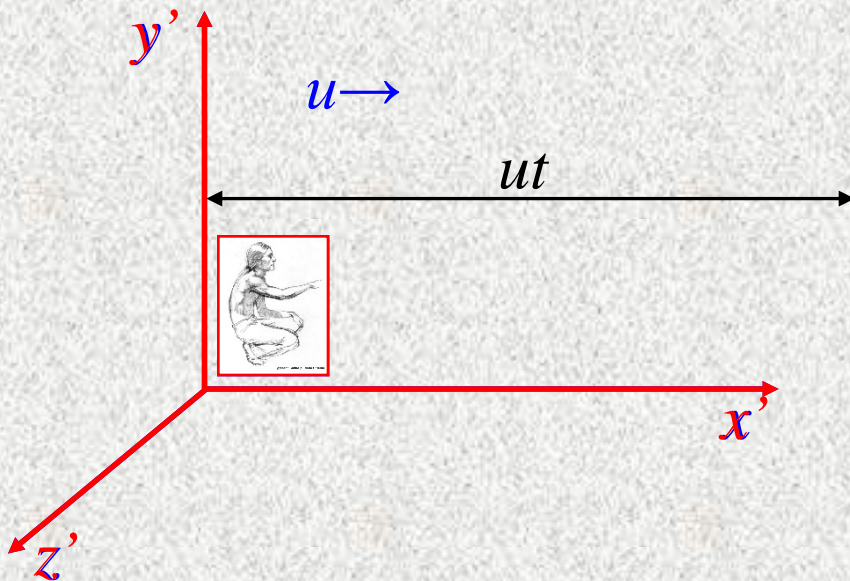
“sústava” – čo to je?

Terminológia!

“reference frame” – “vzťažná sústava” – spojená s “pozorovateľom”

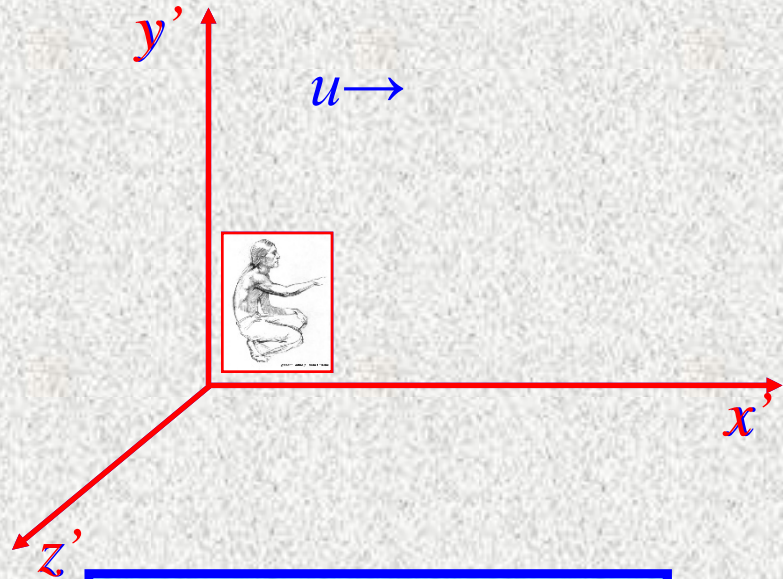
“coordinate system” – “súradný systém” – (vy)myslené osi... xyz

Dvaja “pozorovatelia” sa pohybujú jeden vzhľadom k druhému stálou (konštantnou) relatívnou rýchlosťou u ...

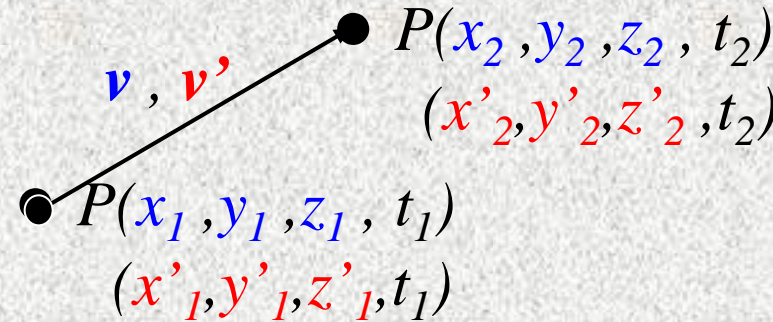


- $P(x, y, z)$
 (x', y', z')

$$\begin{aligned} x' &= x - ut \\ y' &= y \\ z' &= z \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 x' &= x - ut \\
 y' &= y \\
 z' &= z
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 v'_x &= v_x - u \\
 v'_y &= v_y \\
 v'_z &= v_z \\
 \\
 \mathbf{v}' &= \mathbf{v} - \mathbf{u}
 \end{aligned}$$

Mechanika – zjednotenie

Sir Isaac Newton (1642/3 – 1726/7), Cambridge University, zakladateľ **klasickkej mechaniky**, niekedy jeho príspevok vede sa volá “prvé **Veľké zjednotenie** vo fyzike”. Usporiadal vtedajšie poznatky o (neživej) prírode (Keplerove zákony, Galileove pozorovania o pohybe telies a v astronómii) do ucelenej teórie – troch zákonov...



Ako prvý zaviedol silu pôsobiacu “na diaľku” (gravitáciu) *história s jablkom padajúcim na hlavu je trocha pravdivá...* presvedčil vedcov o pravdivosti heliocentrického systému.

Newtonove zákony:

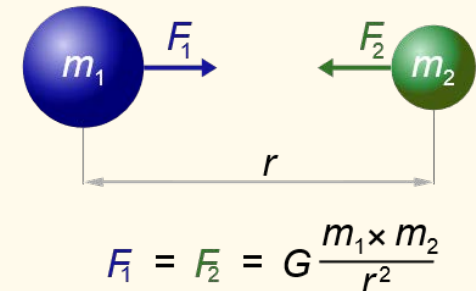
1. inercia – presne formulovaná Galileova predstava o relativite

2. sila: $F = m a$

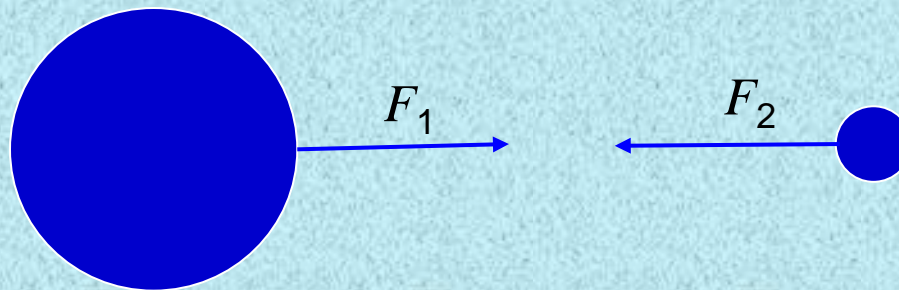
3. akcia – reakcia: $F_1 = -F_2$

Gravitácia:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$



Na všetky telesá pôsobí sila!



ale: $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ $F = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$... $F \propto \frac{1}{r^2}$

izolované teleso: $r \rightarrow \infty$ $F \rightarrow 0$

Inerciálna sústava – sústava spojená s “izolovaným telesom” – nezávisle na tom či sa pohybuje, alebo je v pokoji...

Všetky inerciálne sústavy sa pohybujú vzhľadom k tejto priamočiari stálou rýchlosťou

Transformácie zrýchlenia, sily, ...

$$\begin{aligned}x' &= x - ut \\y' &= y \\z' &= z \\t' &= t\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}v'_x &= v_x - u \\v'_y &= v_y \\v'_z &= v_z\end{aligned}$$

$$\mathbf{v}' = \mathbf{v} - \mathbf{u}$$

$$\begin{aligned}a'_x &= a_x \\a'_y &= a_y \\a'_z &= a_z\end{aligned}$$

$$\mathbf{a}' = \mathbf{a}$$

Obrátené transformácie

$$\begin{aligned}x &= x' + ut \\y &= y' \\z &= z' \\t &= t'\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}v_x &= v'_x + u \\v_y &= v'_y \\v_z &= v'_z\end{aligned}$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}' + \mathbf{u}$$

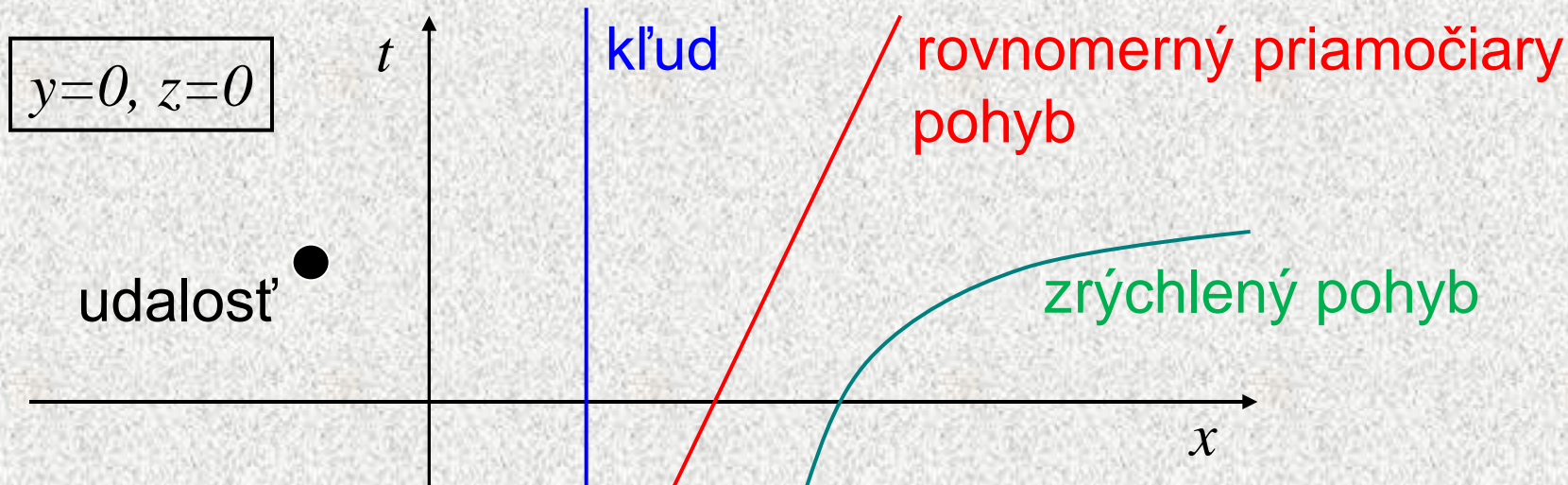
$$\mathbf{F} = m \mathbf{a}$$

$$\mathbf{F}' = \mathbf{F}$$

Časopriestor – 4-rozmerný priestor – 3 priestorvé rozmery (x, y, z) + čas (t)

Časopriestor sa používa aj v klasickej fyzike...

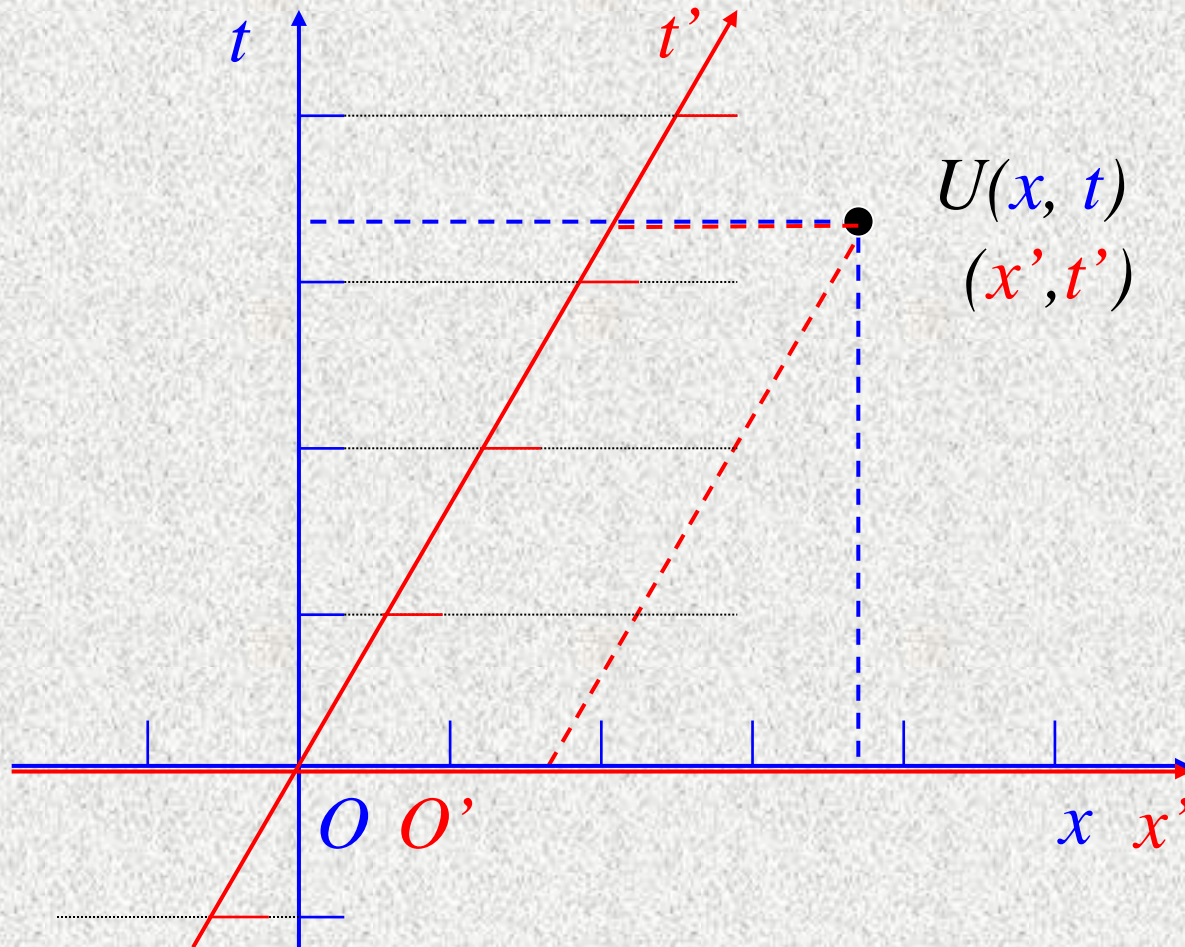
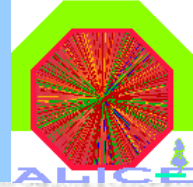
- ale v klasickej fyziky čas je faktorizovaný (nemieša sa s priestorovými súradnicami), takže to nie je podstatné...



Udalosť (event) – niečo čo sa stalo (stane) v určitom mieste v určitom čase
– bod v časopriestore

Svetová čiara (world line) – časový vývoj udalosti
– čiara v 4-rozmernom priestore

$x - t$ diagram



Galileo a Newton:

Všetky inerciálne sústavy sú ekvivaletné

Teleso, na ktoré nepôsobí sila, sa pohybuje v ľubovolnej inerciálnej sústave priamočiarno stálou rýchlosťou

Pozorvateľ v ľubovolnej inerciálnej sústave nemôže žiadnym spôsobom zistiť, či stojí, alebo sa pohybuje

Fyzikálne zákony sa nezmenia, ak v nich zameníme súradnice podľa Galileových transformácií

$$x' = x - ut$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

$$x = x' + ut$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = t'$$

Elektrina a magnetizmus

Michael Faraday (1791–1867) Royal Institute, University of Oxford, experimentátor objaviteľ elektro-magnetickej indukcie, člen Royal Society pôvodom z veľmi skromnej rodiny...zakony Faradaya...

Vyrobil si vlastné “baterky” (z pol-penny mincí a zinkových fólií, izolovaných papierom namočenom v soľnom roztoku)

1821 “elektromagnetická rotácia” – predchodca elektromotorov

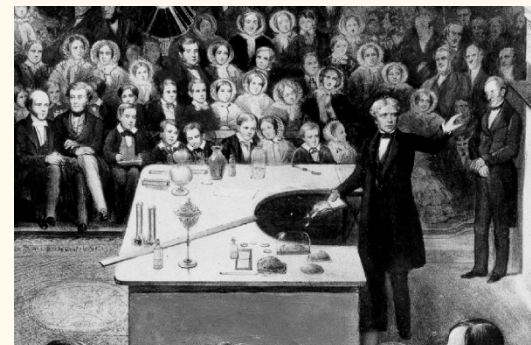
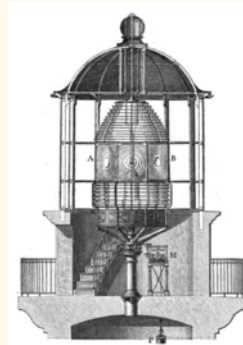
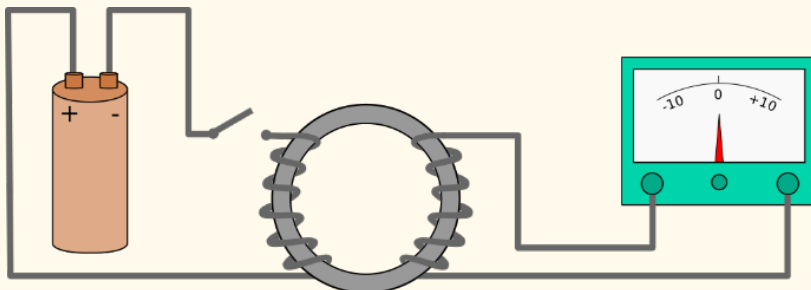
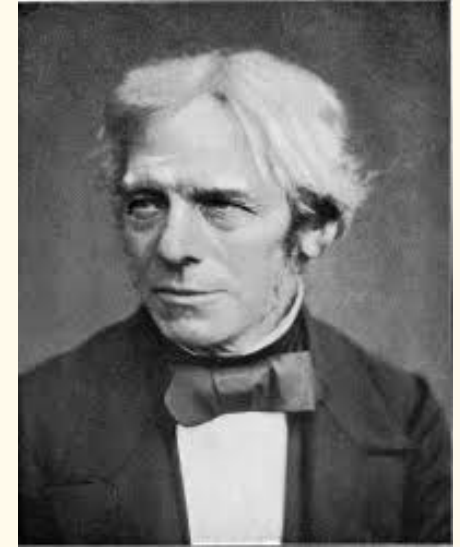
1831 séria experimentov, objavil elektro-magnetickú indukciu, neskôr ukázal “vzájomnú” indukciu – základ Maxwellovej teórie.

Experimentoval s elektrolýzou, ukázal, že všetky známe “elektrické” efekty majú spoločnú príčinu.

Demonštroval, že elektrický náboj sa sústreďuje na povrchu vodiča (Faradayova kletka).

Kritizovaný v Royal Society: “prečo sa hrá s takými zbytočnosťami ako elektrina? ... lepšie by bolo, aby sa zaoberal bezpečnosťou námorných majákov...” aj to spravil...

Zaviedol v Royal Society “vianočné prednášky” pre verejnosť – robia sa dodnes.



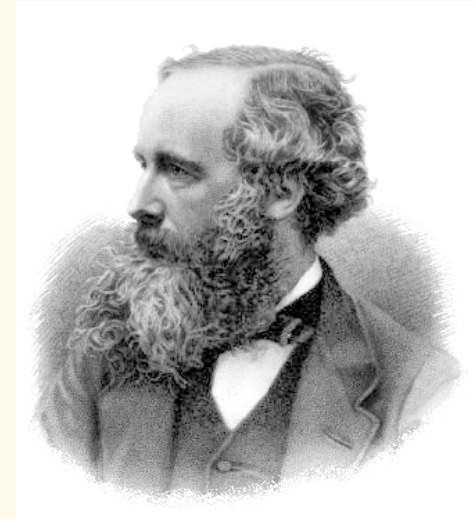
Elektromagnetizmus a svetlo

James Clerk Maxwell (1831–1879), King's College Londýn, Cambridge University, škótsky fyzik–matematik, formuloval rovnice popisujúce elektrinu a magnetizmus, ukázal, že vysvetľujú aj svetelné javy,, nazýva sa to druhé **Veľké zjednotie** vo fyzike.

Inšpirovaný Fradayovmi pokusmi spojil Gaussovu elektrostatickú teóriu s výsledkami pre pohybujúce sa zdroje, odvodil kompaktný systém diferenciálnych rovníc, základ klasickej elektrodynamiky.

Maxwellove rovnice majú vo vákuu ako riešenie “vlnenie”, rýchlosť ktorého je zhodná s rýchlosťou svetla
– Maxwella hneď napadlo, že toto asi nie je náhoda...

Svetlo je **elektromagnetická vlna!**

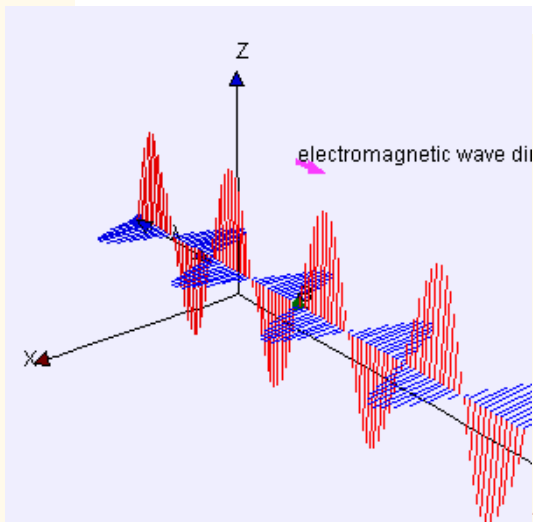


Dôležitý príspevok v termodynamike: kinetická teória plynov, Maxwell–Boltzmannovo rozdelenie rýchlostí molekúl v rovnovážnom stave – základ štatistickej mechaniky.

Zformuloval paradox: Maxwellov démon, proti **druhej vete termodynamickej...**

Karel Safarik Relativite - na co to potrebujeme

And God said
 $\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$
 $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$
 $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$
 $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$
and then there was
"Light"



James C Maxwell (1831 – 1879) na základe pokusov Michael(-a) Faraday(-a) (1791 – 1867) zostrojil teóriu elektromagnetizmu:

- len 4 rovnice, ktoré zjednocovali elektrické a magnetické sily
- a vznikli problémy, napr. Lorentzova sila:

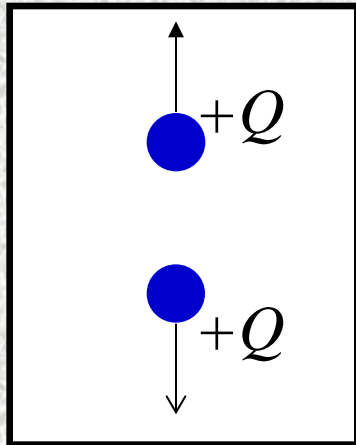
$$\mathbf{F} = Q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

znamená to že sila závisí od rýchlosti?

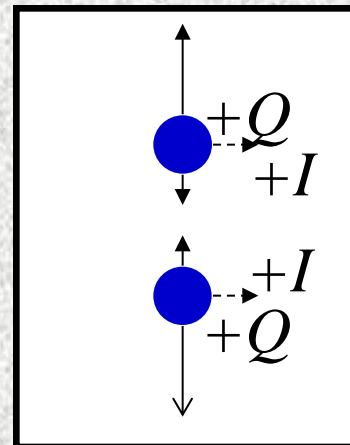
(čo odporuje Newtonovej mechanike a Galileovej relativite)

Znamená to, že základný postulát fyziky nie je pravda ?

- dá sa vymyslieť fyzikálny pokus, ktorým odlíšime, či sa nachádzame vo vzťažnej sústave, ktorá sa pohybuje alebo, ktorá je v pokoji ?



$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$



$$F = \frac{\mu}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{r} l$$

Dva kladné náboje sa odpudzujú (Coulombov zákon)

- ak sú v pokoji, tak na nich pôsobí len elektrostatická Coulombova sila
- ak sa však pohnú – alebo pozorovateľ sa pohne – náboje vytvoria navyše aj elektrický prúd – magnetické pole
 - pohybujúci sa elektrický náboj vytvára magnetické pole
- elektrické prúdy v súhlasnom smere sa priťahujú
- sila pôsobiaca medzi nábojmi sa zmenší o magnetickú silu!
- meraním sily medzi nábojmi môžeme zistiť rýchlosť vzťažnej sústavy !

- Maxwellove rovnice predpovedali existenciu elektromagnetických vln
- elektromagnetické vlnenie sa šíri vo vákuu rýchlosťou svetla !

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \times \mu}}$$

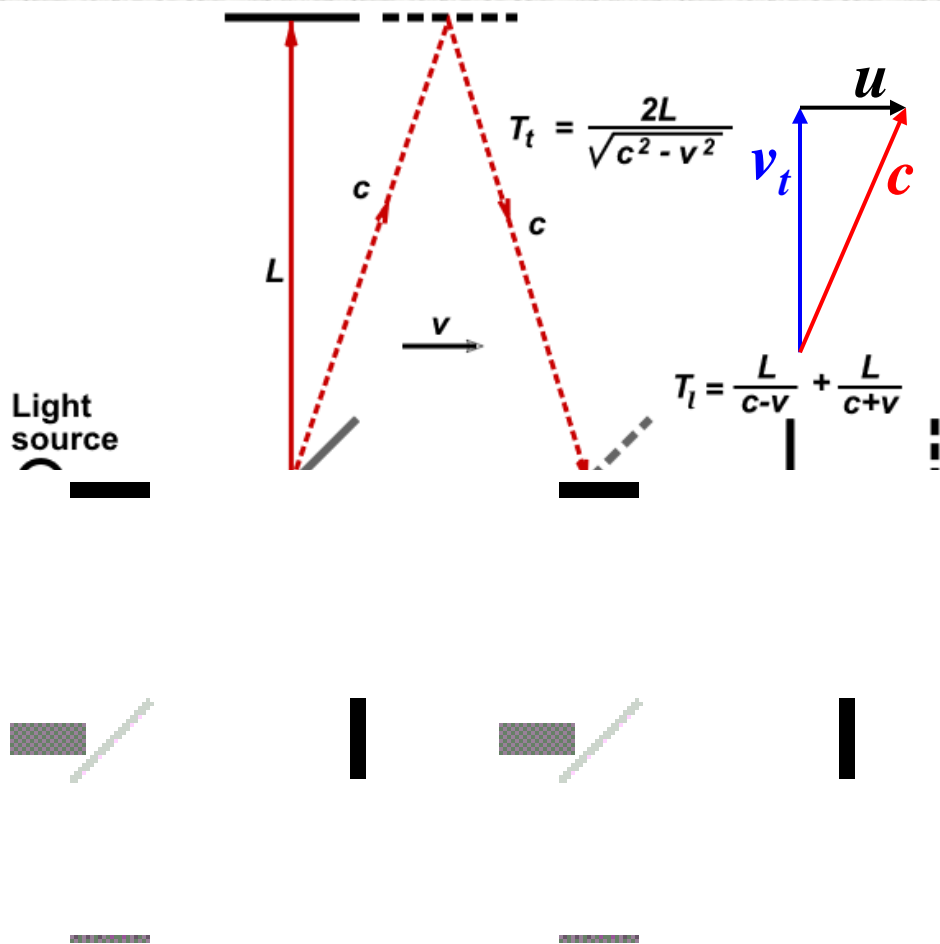
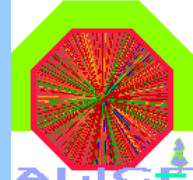
- rýchlosť šírenia vlny nazávisí od rýchlosti zdroja (analogicky so zvukom)
- nové zjednotenie Elektromagnetizmus + Optika

- hlavný problém: ϵ a μ sú fundamentálne konštanty prírody
 - rýchlosť svetla c je fundamentálna konštanta
 - je rovnaká vo všetkých inerciálnych sústavách...
- Maxwellove rovnice sa **zmenia**, keď do nich dosadíme Galileove transformácie !

v rokoch 1880 – 1900 fyzici skúšali veľa ciest, ako to obísť alebo vysvetliť..

- princíp relativity platí len v mechanike, nie v elektromagnetizme
- Maxwellove rovnice platia len v **absolútnej** inerciálnej sústave
- táto sústava je spojená s médiom, ktoré prenáša svetlo (éter je všade)...

Michelson – Morley experiment



priečny smer:

$$v_t = \sqrt{c^2 - u^2}$$

$$T_t = \frac{2L}{\sqrt{c^2 - u^2}} = \gamma \frac{2L}{c}$$

pozdĺžny smer:

$$v_{l,1} = c - u \quad v_{l,2} = c + u$$

$$T_l = \frac{L}{c - u} + \frac{L}{c + u} = \gamma^2 \frac{2L}{c}$$

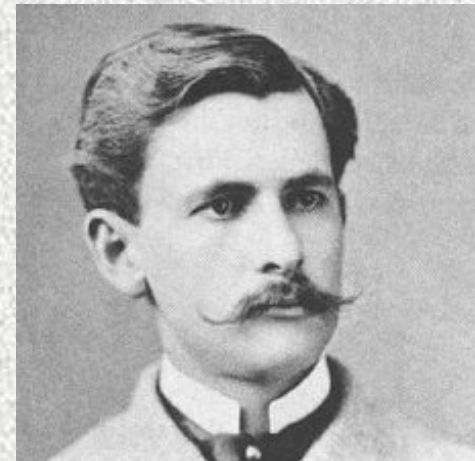
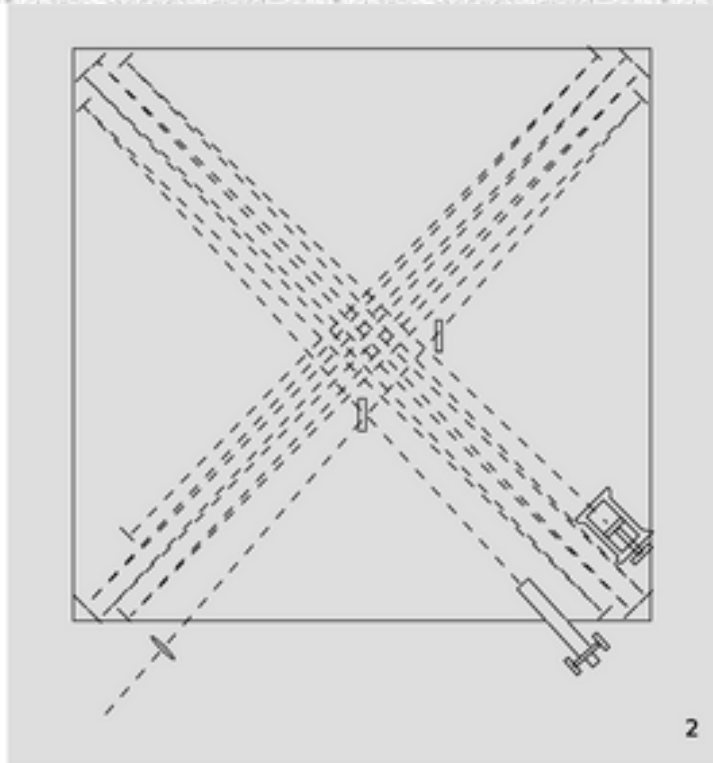
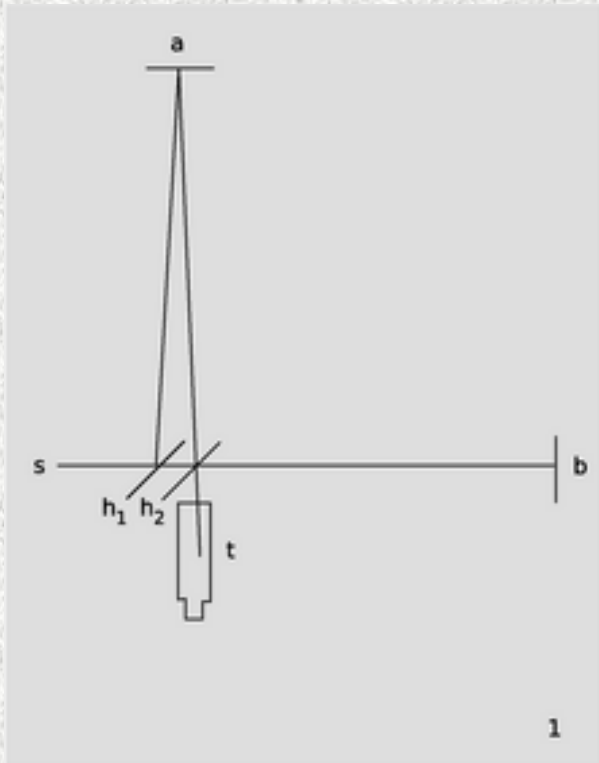
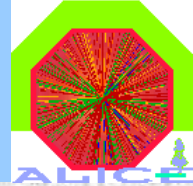
máme odmerať:

$$\Delta T = T_l - T_t = \gamma(\gamma - 1) \frac{2L}{c}$$

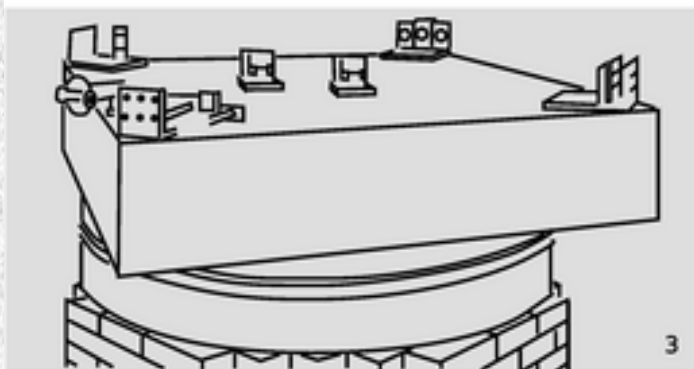
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

A A Michelson (1852 – 1931) v roku 1881 a spolu s E W Morley (1838 – 1923) v roku 1887 v experimente s inetrferometrom dostali len negatívne výsledky...

Michelson – Morley experiment



A A Michelson
(1852 – 1931)



Najznámejší
experiment, ktorý
nedal žiadny
výsledok !

Éter neexistuje ?

Zem (a teda aj ostatné planéty) “strháva” éter zo sebou

- problém je, že by sme to videli
- svetlo je viazané na éter a ohýbalo by sa okolo planét...

Éter je veľmi “hutný” (analógia zo zvukom), pohybujúce sa teleso sa zkráti

$$L = \gamma^{-1} L_{\text{eter}}$$

- návrh H Lorentza; uvedomil si, že čas sa musí predĺžiť:

$$T = \gamma T_{\text{eter}}$$

- to by fungovalo, ale vyzerá to ako konšpirácia prírody (H Poincaré)
- a za takou konšpiráciou musí byť nejaký fyzikálny zákon...

Pridajme k mechanike (**Všetky inerciálne sústavy sú ekvivalentné**) postulát:

- **svetlo vo vákuu sa šíri vo všetkých inerciálnych súradných sústavách a vo všetkých smeroch rovnakou rýchlosťou c** (A Einstein)

Problém:

- ak vo vlaku idúcom rýchlosťou u zasvietime baterkou v smere jazdy a pošleme svetelný signál rýchlosťou c , tento signál sa bude pohybovať vzhľadom k Zemi tiež rýchlosťou c ? Prečo nie $c + u$?
- **musíme zmeniť základné transformácie medzi súradnými systémami !**

Pošleme z počiatku súradného systému (O) svetelný signál v smere osi x

Signál pride do miesta x čase t – udalosť (x, t)

Pozerovateľ pohybujúci sa rýchlosťou u to vidí ako (x', t')

$$x/t = x'/t' = c$$

$$x' = \gamma (x - ut)$$

$$x = \gamma (x' + ut')$$

Po nejakej “gymnastike” dostanme:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

a transformácie:

$$t' = \gamma \left(t - \frac{u}{c^2} x \right)$$

$$t = \gamma \left(t' + \frac{u}{c^2} x' \right)$$

Z postulátov (špeciálnej) teórie relativity – priestor a čas sa transformujú podľa nového pravidla – Lorentzove transformácie (H Lorentz 1853 – 1928)

$$\begin{aligned}x' &= \gamma(x - ut) \\y' &= y \\z' &= z \\t' &= \gamma\left(t - \frac{u}{c^2}x\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x &= \gamma(x' + ut) \\y &= y' \\z &= z' \\t &= \gamma\left(t' + \frac{u}{c^2}x'\right)\end{aligned}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

Transformácie rýchlostí:
spočítať dx'/dt' ako funkciu dx/dt
(pozor čas sa zmenil !)

Žiadne teleso, pozorovateľ, ... sa nemôže v žiadnej vzťažnej sústave pohybovať rýchlosťou vyššou ako rýchlosť svetla !

$$\begin{aligned}v'_x &= \frac{v_x - u}{1 - \frac{uv_x}{c^2}} \\v'_y &= \frac{v_y}{\gamma\left(1 - \frac{uv_x}{c^2}\right)} \\v'_z &= \frac{v_z}{\gamma\left(1 - \frac{uv_x}{c^2}\right)}\end{aligned}$$

Tyč dĺžky L je v pokoji, ako sa javí pozorovateľovi pohybujúcemu sa rýchlosťou u ?

V kludovej sústave odmeriam jeden koniec tyče ako udalosť $(0,0)$, druhý koniec môžem odmerať hocikedy, nech to je (L,t) ...

V pohybujúcej sa sústave: prvý koniec bude tiež $(0,0)$, druhý koniec však musím odmerať v čase $t' = 0$, v tomto čase je $x = \gamma x'$

Prvý koniec tyče je pri oboch meraniach v počiatku! $L = \gamma L' \quad L' = L/\gamma$

Teleso pozorované z pohybujúcej sa sústavy sa skrúti faktorom $1/\gamma$ v smere pohybu pozorovateľa – kontrakcia dĺžky
teleso je najdlhšie v pokoji – to je jeho vlastná dĺžka (proper length)

Vlastná dĺžka je vzdialenosť medzi dvoma udalosťami v sústave kde $t = t'$

Častica, ktorá sa rozpadne za čas T sedí v pokoji, za aký čas sa rozpadne pre pozorovateľa pohybujúceho sa rýchlosťou u ?

V kľudovej sústave odmeriam čas narodenia častice ako udalosť $(0,0)$, čas rozpadu častice je udalosť $(0,T)$...

V pohybujúcej sa sústave: čas narodenia bude tiež $(0,0)$, čas rozpadu meraný v mieste $x = 0$ je $t' = \gamma t$

Čas narodenia častice je v oboch sústavách 0! $T' = \gamma T$ $T = T'/\gamma$

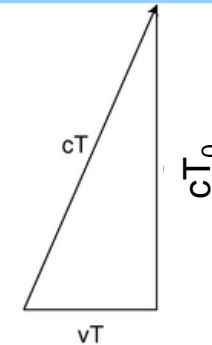
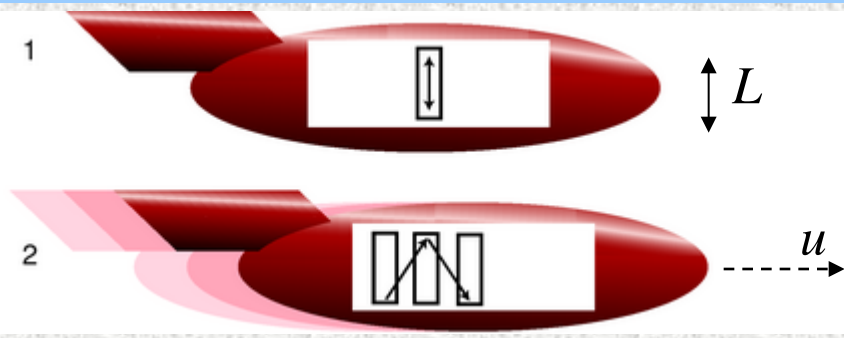
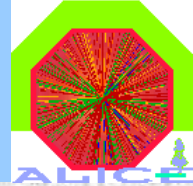
Čas procesu pozorovaného z pohybujúcej sa sústavy sa predĺží faktorom γ

V pohybujúcej sa sústave čas plynie pomalšie

Čas procesu je najkratší v pokoji – to je jeho vlastný čas (proper time)

Vlastný čas je inerval medzi dvomi udalosťami v sústave kde $x = x'$

Spomalenie času v rakete



Hodiny v rakete pohybujúcej sa rýchlosťou u :

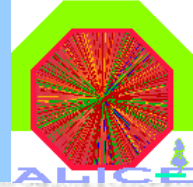
- naprieč raketou posielame svetelný signál medzi dvomi zrkdlami, každý priechod signálu je jeden “tik”, vnútri rakety: $T_0 = L/c$
- pre pozorovateľa na Zemi však svetelný signál prejde väčšiu vzdialenosť (ale počas jeho “tiku” T): $\sqrt{L^2 + (uT)^2}$
- svetlo aj preňho ide rýchlosťou c , takže jeho “tik” je

$$T = \frac{\sqrt{L^2 + (uT)^2}}{c} \qquad T = \frac{L}{\sqrt{c^2 - u^2}} = \frac{T_0}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$\frac{T}{T_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \gamma$$

- T_0 je vlastný čas (proper time)

Prečo to nepozorujeme ?

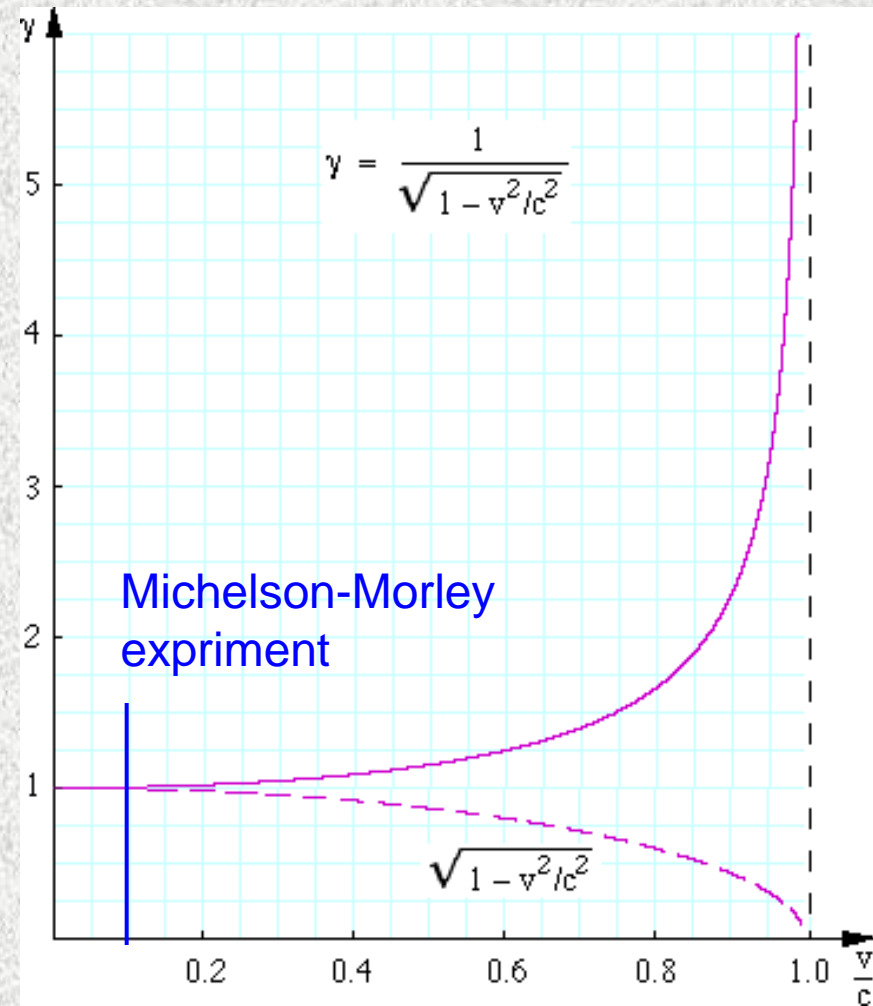


Pre obyčajné rýchlosti $v \ll c$ je γ prakticky rovné 1 !

Pre nadzvukové lietadlo $\gamma = 1 + 5 \times 10^{-13}$

Tento efekt sa dá dnes odmerať v lietadle pomocou atómových hodín

Pri rýchlosti $v = 1/3 c = 100000 \text{ km/s}$ efekt dilatácie času a kontrakcie dĺžky je len 6% !



Dve udalosti sa stali v sústave v pokoji v tom istom čase v rôznych miestach, napr. jedna $(0,0)$ a druhá $(L,0)$, ako to vidí pohybujúci sa pozorovateľ ?

Prvá sa stane pre ňho tiež v čase 0, ale druhá v čase $t' = -\gamma Lu/c^2$ (pre $u > 0$ skôr, pre $u < 0$ neskôr) – súčasnosť je relatívna !

Problém: **príčinnosť** (causality) ! Môže sa stať aby nejaký pozorovateľ uvidel príčinu skôr ako jej dôsledok ?

Majme v nejakej sústave dve udalosti: $(0,0)$ a (x,t) , aby druhá mohla byť príčinnou prvej, musí platiť nielen $t > 0$, ale aj $|x|/t < c$
Pri týchto podmienkach v ľubovoľnej sústave platí $t' > 0$

Pre dve udalosti $(0,0)$ a (x,t) platí: ak $|x|/t > c$ ich časová následnosť sa môže prehodiť, a existuje sústava kde sa stali súčasne;
ak $|x|/t < c$ následnosť je zachovaná vo všetkých sústavách



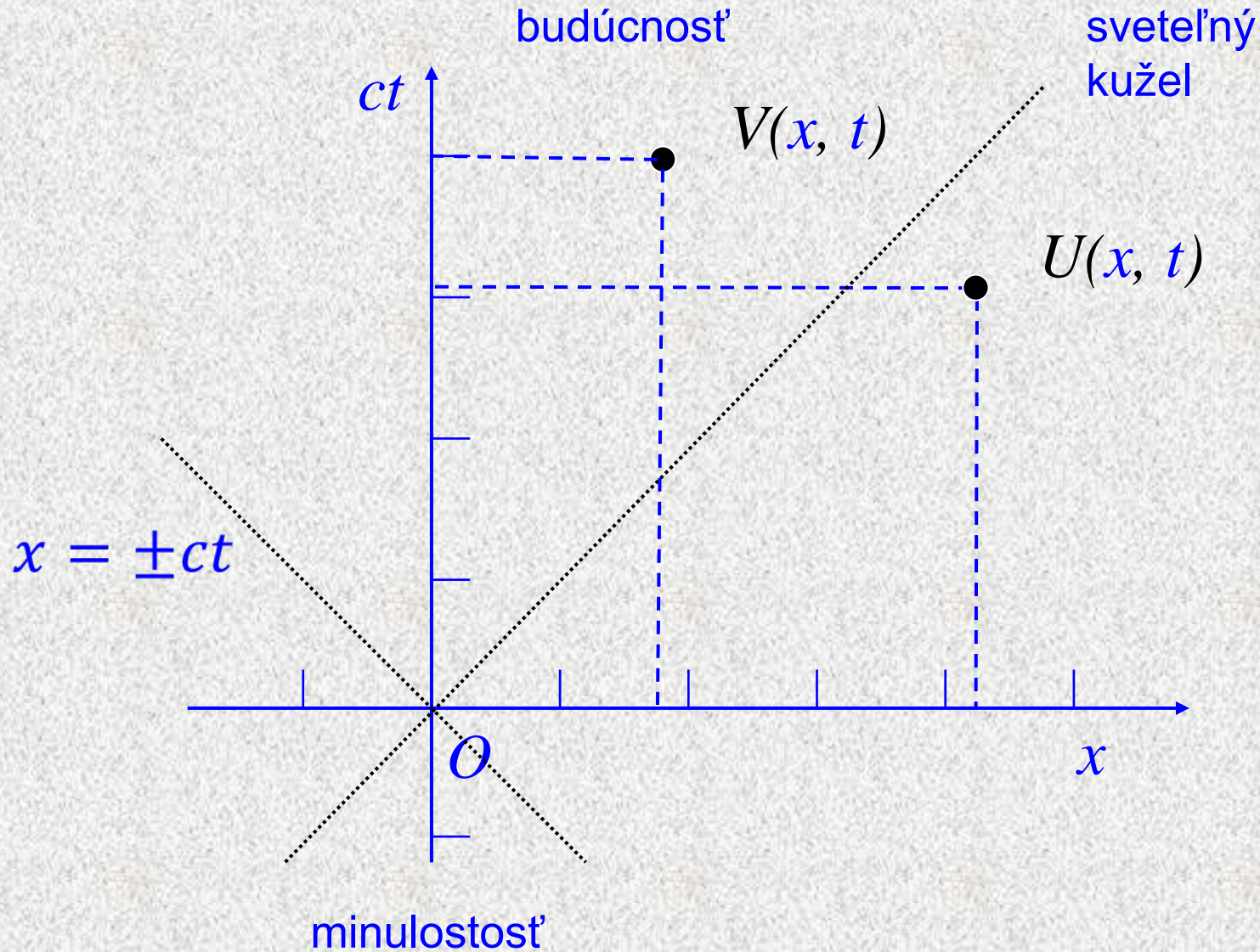
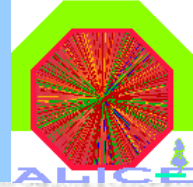
Svetelný signál zo stredu rakety príde na obidva konce rakety súčasne (v súradnej sústave rakety)

Pozorovateľ na Zemi však uvidí najprv signál zo steny rakety proti smeru jej pohybu (A, posunie sa bližšie) a o niečo neskôr, z druhého konca, po smere pohybu (B, posunie sa ďalej)

Súčasnosť je relatívna, závisí od sústavy súradníc (ako rýchlo sa pohybujeme) !

Môže sa stať, že v nejakej sústave udalosť A sa stala skôr než udalosť B a v inej sústave je to naopak ? **Áno!** (predstavte si sústavu, ktorá letí rýchlejšie, než naša raketa)

Minkowského $(x - t)$ diagram

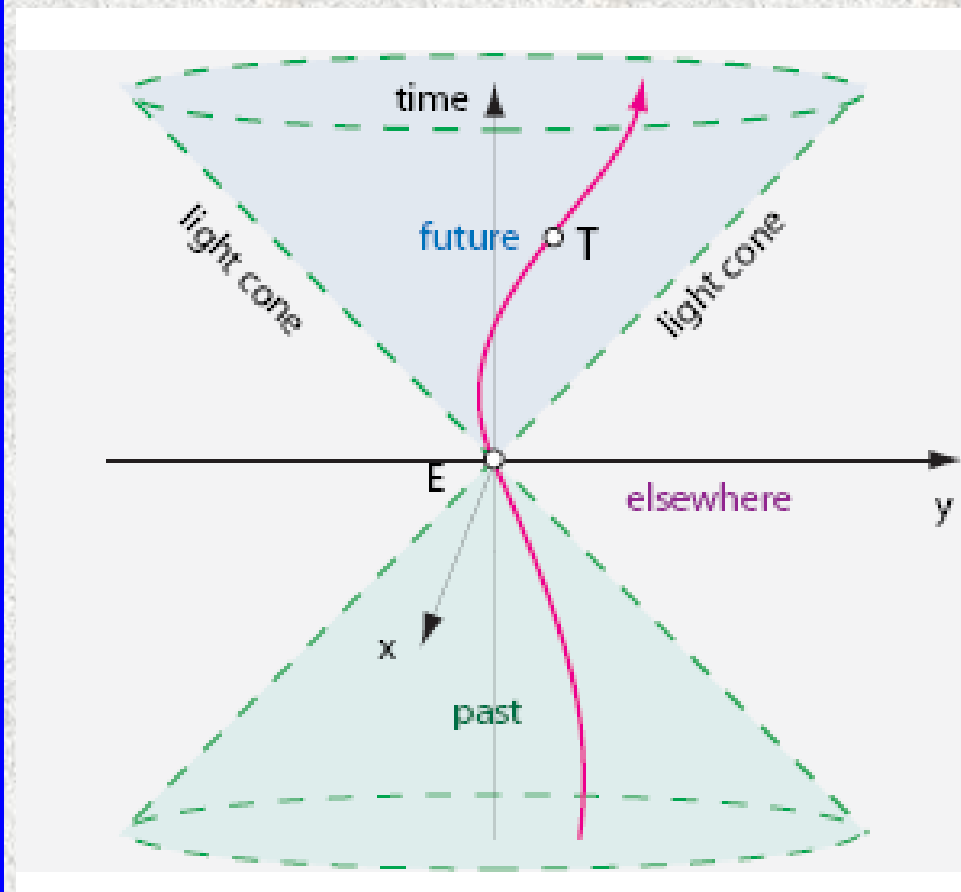


V žiadnej súradnej sústave sa nesmiem narodiť neskôr ako zomrieť !

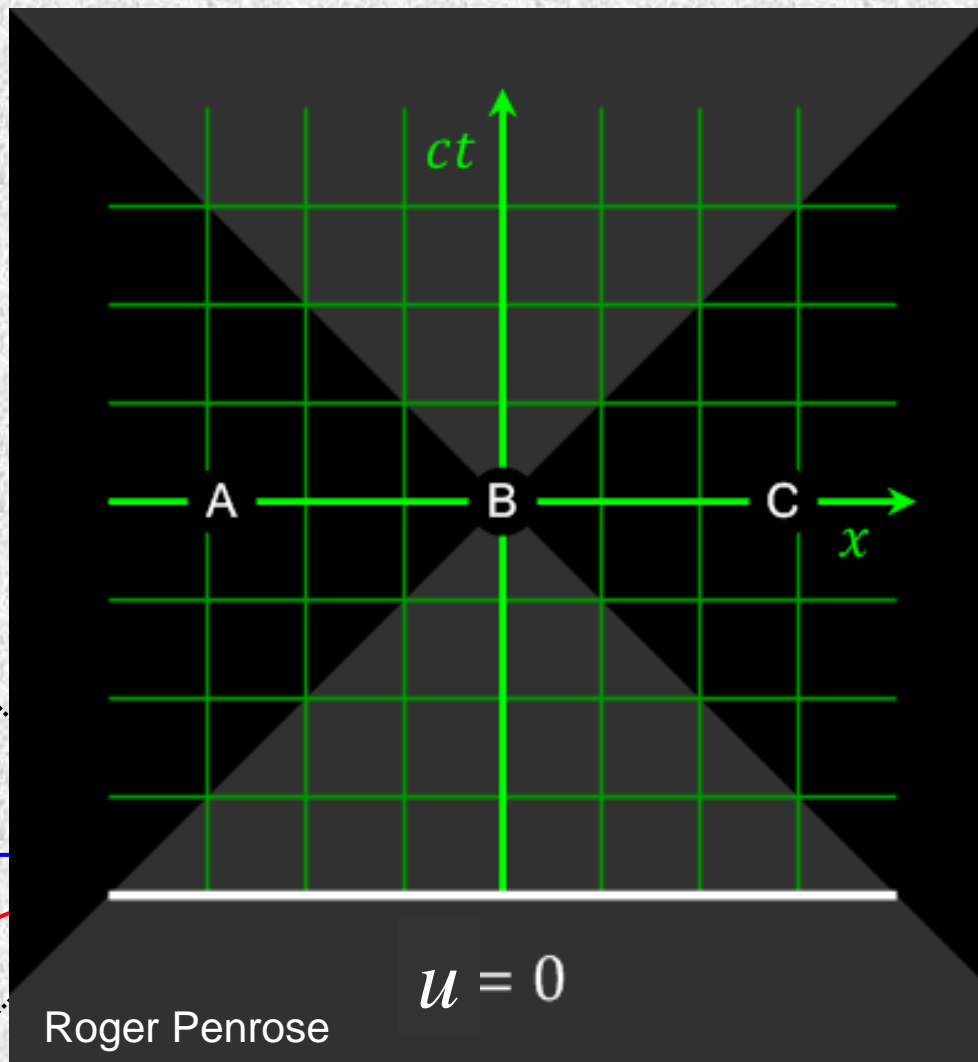
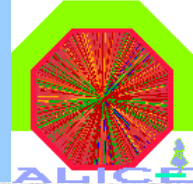
Ak za dožijem 80 rokov tak vzdialenosť medzi miestom narodenia a úmrtia nesmie byť viac ako 80 svetelných rokov

Dve udalosti, ktoré majú príčinnú závislosť a medzi ktorými uplynul časový interval $\Delta T = T_2 - T_1$ nesmia byť v priestore ďalej než $\Delta L = c \Delta T$!

Ak je udalosť mimo svetelného kužeľa inej udalosti, tak existuje súradná sústava, kde sa “prehodia” v čase !



Minkowského ($x - t$) diagram



$$x = \pm ct'$$

$$x = \pm ct$$

t)

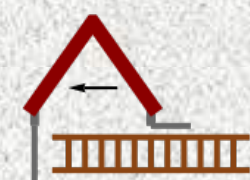
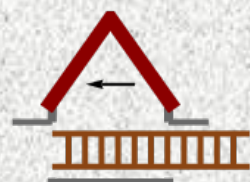
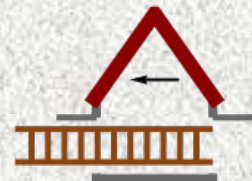
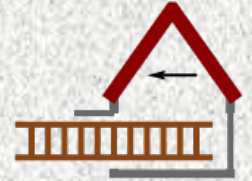
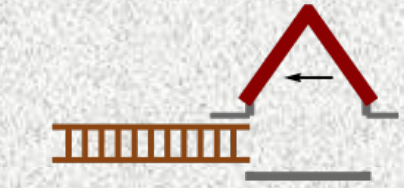
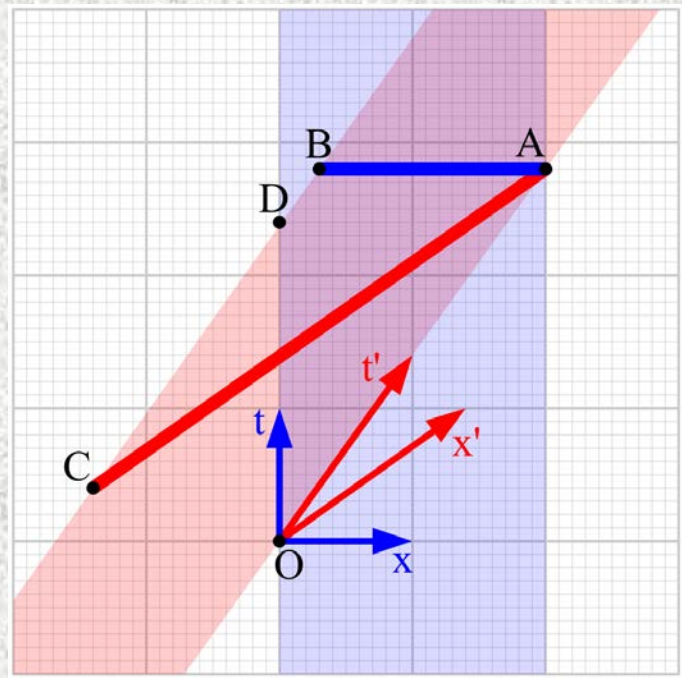
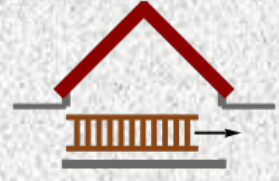
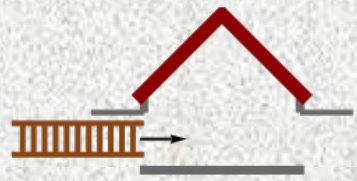
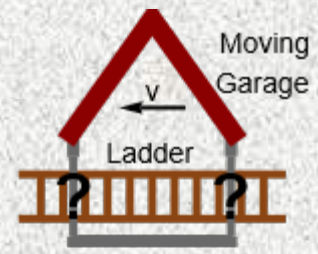
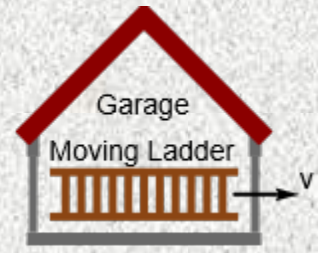
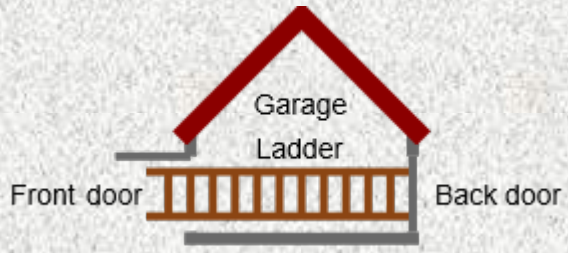
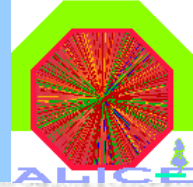
t')

x')

x)

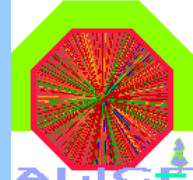
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2}}$$

Paradox rebríka



Vysvetlenie:
súčasnosť je relatívna

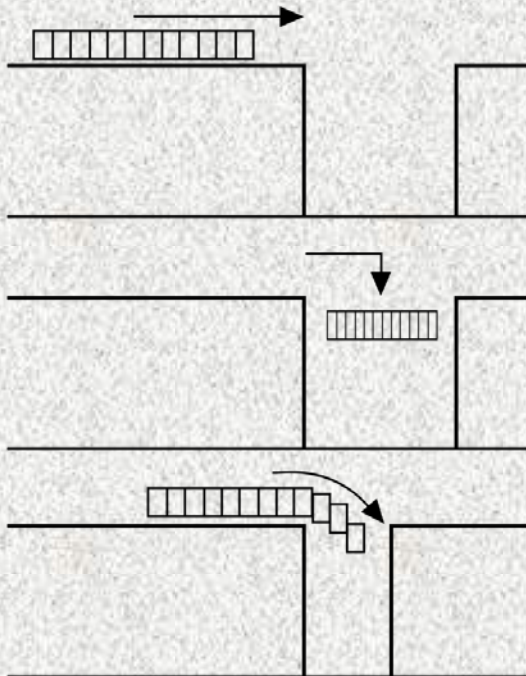
Varianty paradoxu rebríka



Čo keď skúsime zadné dvere nechať zatvorené – rebrík tam vletí, zatvoríme predné dvere (z hľadiska garáže je krátky) – instane zastaví – predĺži sa, ohne a exploduje...

Ako to bude z hľadiska rebríka – problém je, že keď buchne do zadných dverí tak sa nezastaví súčasne celý, zastaví sa najprv predná časť, rebrík sa bude postupne spomalovať a šúveriť do garáže – skracovať, ohýbať sa a explodovať

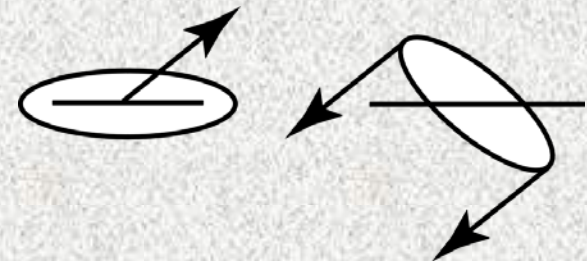
Výsledok pokusu bude taký istý, len časová následnosť sa zmení



Analóg:
rebrík
v jame

Paradox tyče a kruhu (Ferraro 2007)

Rovina naklonená k smeru pohybu
mení uhol v rôznych sústavách



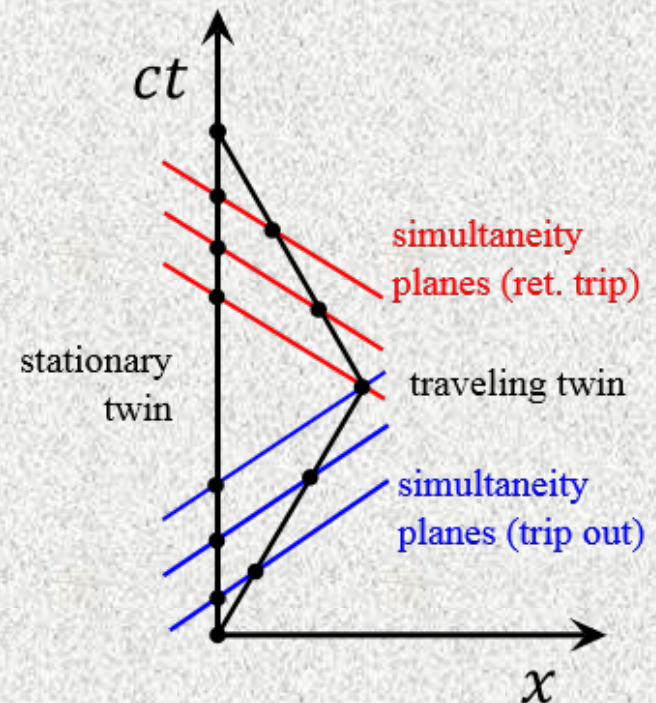
Jedno z dvojčiat zostane na Zemi, druhé ide na zájazd do Vesmíru, veľmi rýchlou raketou tam a naspäť. Relatívne k Zemi čas na rakete plynie pomalšie, dvojča na rakete stárne pomalšie, takže keď sa vráti, bude mladšie než pozemský brat...

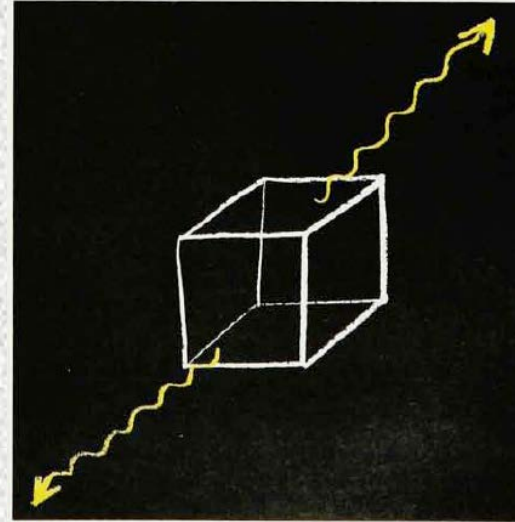
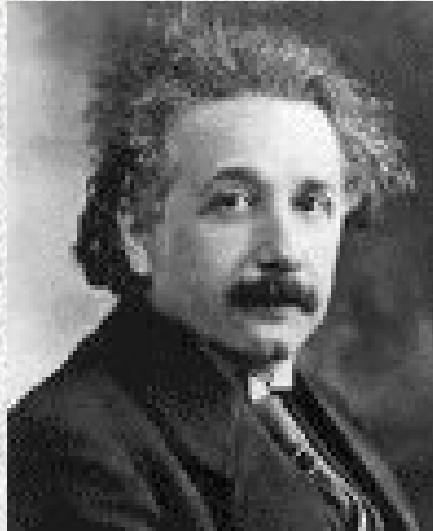
Z hľadiska rakety, letí Zem a čas na nej plynie pomalšie. Pozemské dvojča pre cestovateľa stárne pomalšie, takže keď sa vráti bude starší než pozemský brat...

Obidve asi nemôže byť pravda...

Situácia nie je symetrická: pozemšťan je stále v inerciálnej sústave cestovateľ pri otáčaní nie je...

Aj ak by sa otáčanie stalo instantne z hľadiska cestovateľa, pri prechode z jednej inerciálnej do druhej, simultátnosť poskočí, čas na Zemi sa instante zmení.. Pozemšťan zostárne aj z jeho pohľadu





Albert Einstein (1905) riešil úlohu:

teleso v pokoji vyžiari dve rovnaké svetelné vlny na opačné strany
formuloval závislosť medzi hmotnosťou a energiou

$$\Delta E_0 = \Delta mc^2 (= \Delta m)$$

a zobecnil tento výsledok záverom:

“hmotnosť telesa je mierou jeho energetického obsahu”

Aby zostal zákon zachovania hybnosti v platnosti musíme zmeniť definíciu hybnosti – po nejakej “gymnastike” to vyjde:

$$\mathbf{p} = \gamma_v m \mathbf{v}$$

pri “obyčajnej” definícii rýchlosti...

Pre $v \ll c$

$$\mathbf{p} = m \mathbf{v}$$

Relativistická energia musí obsahovať aj pokojovú energiu Einsteina (hmotnosť sa v elektromagnetických procesoch mení)

$$E = \gamma_v mc^2$$

$$E_0 = mc^2$$

Kinetická energia:

$$T = E - E_0 = (\gamma_v - 1) mc^2$$

Pre $v \ll c$

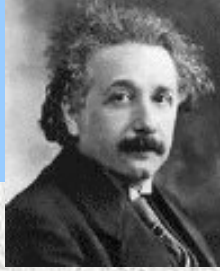
$$T = \frac{1}{2} mc^2$$

Vzťah medzi energiou a hybnosťou v relativite:

$$E^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2 (= m^2 + p^2)$$

Pre časticu s $m = 0$

$$E = pc (= p)$$

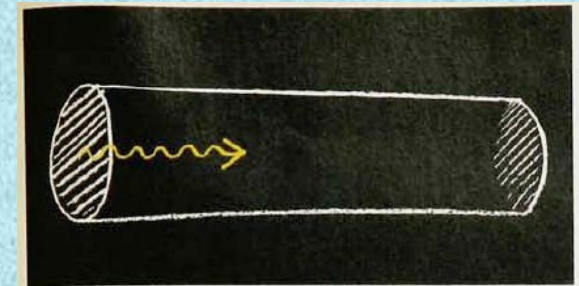


z jedného konca valca (hmotnosť M , dĺžka D) je vyžiarený fotón s energiou E (a teda aj hybnosťou E)

valec sa pohne na druhú stranu s rovnakou hybnosťou E , a teda rýchlosťou $v = E/M$ (pre valec môžeme byť nerelativistický)

fotón letí počas doby $t = D/c = D$

valec sa zatiaľ premiestni o $d = v \cdot t = D \cdot E/M$



ťažisko systému musí zostať namieste

takže fotón premiestni hmotnosť m , ktorá spĺňa: $d \cdot M = D \cdot m$

fotón premiestnil hmotnosť $m = E$ (výsledok, ktorý dostal Poincaré 1900)

Einstein napísal, že **svetlo s energiou E prenieslo hmotnosť $m = E$**

Definície hybnosti a energie môžeme použiť na odvodenie ich transformácií...

$$p'_x = \gamma \left(p_x - \frac{u}{c^2} E \right)$$

$$p'_y = p_y$$

$$p'_z = p_z$$

$$E' = \gamma (E - u p_x)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

Akosi sa to na niečo veľmi podobá...

Alo prečo transformácia rýchlosti je taká “škaredá” ?

Ako teraz vyzerajú základné vzťahy teórie relativity?

Zavedme ešte jeden symbol:

$$\beta = u / c = u \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2 / c^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Lorentzove tranformácie

$$x' = \gamma(x - \beta t) \quad t' = \gamma(t - \beta x)$$

$$p_x' = \gamma(p_x - \beta E) \quad E' = \gamma(E - \beta p_x)$$

Lorentzove invarianty

$$s^2 = t^2 - x^2 - y^2 - z^2 (= \tau^2)$$

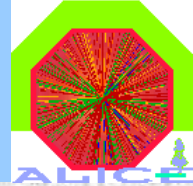
$$m^2 = E^2 - p^2$$

a preto každý profesionál vie:

$$E = \gamma m \quad p = \gamma \beta m \quad \gamma = E / m \quad \beta = p / E \quad \gamma \beta = p / m$$



Častica s nulovou hmotnosťou



Fotón – kvantum svetla – sa vo všetkých inerciálnych sústavách pohybuje rýchlosťou svetla

Inerciálne sústava sa pohybujú pomalšie než rýchlosť svetla

Fotón sa nedá zastaviť!

Pre časticu s $m = 0$

$$E = pc (= p)$$

Častica s nulovou hmotnosťou by mohla mať vo všetkých inerciálnych sústavách alebo rýchlosť svetla, alebo nulovú rýchlosť

Hypotéza s nulovou rýchlosťou sa nedá overiť, taká častica by mala nulovú energiu aj nulovú hybnosť vo všetkých sústavách – aj keby s niečim interagovala – nedá sa to odmerať...

Častica s nulovou hmotnosťou sa vo všetkých inerciálnych sústavách pohybuje rýchlosťou svetla!

Fyzici najprv zistili správne transformácie (problém s invariantnosťou Maxwellových rovníc) ale fyzikálne zákony nechali klasické

Henri Poincaré (1900) použil

Poyntingov teórem z elektrodynamiky: $p = E/c$

klasickú definíciu z mechaniky: $p = m_r v$

dostal hmotnosť impulzu svetla: $m_r = E/c^2$

Hendrik Lorentz (1899) tiež použil klasický vzťah $p = m_r v$ a tak sa dostal k definícii relativistickej hmotnosti

$$m_r = \gamma m \Rightarrow p = \beta m_r = \gamma \beta m$$

chcel však zachrániť aj $F = m_2 a$

konštanta m_2 je však iná pre silu pôsobiacu v smere pohybu (pozdĺžna sila – **longitudinal**) a kolmo na smer pohybu (priečna sila – **transverse**), tak zaviedol ďalšie dve hmotnosti:

$$m_l = \gamma^3 m$$

$$m_t = \gamma m$$

Ak chceme zaviesť hmotnosť ako mieru zotrvačnosti v špeciálnej teórii relativity máme problém:

miera zotrvačnosti je rôzna v pozdĺžnom a v priečnom smere, takže už máme pozdĺžnu a priečnu hmotnosť...

v obecnom prípade však zrýchlenie nie je v smere pôsobiacej sily:

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F} - (\mathbf{F} \cdot \boldsymbol{\beta})\boldsymbol{\beta}}{\gamma m}$$

ak definujeme hmotnosť ako mieru zotrvačnosti (sila / zrýchlenie)

$$m_i = \frac{|\mathbf{F}|}{|\mathbf{a}|} = \frac{\gamma m}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta}$$

kde θ je uhol medzi pôsobiacou silou a rýchlosťou telesa

Hmotnosť podľa zdravého zmyslu je *vnútorná vlastnosť* telesa; **inerciálna hmotnosť** je však okrem toho aj *vlastnosťou pozorovateľa* (akou rýchlosťou sa hýbe) a *“tretieho agenta”* (pod akým uhlom ťahá) !?



„Lieber geschätzter Herr Barnett.“ Ich fand Ihre Schrift sehr interessant
Es sind mit über einige kleinere Mängel aufgefallen, die ich
Ihnen hier mitteilen möchte

1) Es ist nicht gut von der $M = \frac{m}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ eines bewegten
Körpers zu sprechen, da für M keine klare Definition
gegeben werden kann. Man beschränkt sich besser
auf die „Ruhe-Masse“ m . Daneben kann man ja
den Ausdruck für momentum und Energie geben,
wenn man das Verhältnis zwischen ruhende bewegter
Körper angeben will.

2) S. 528 Der Satz: „It is also incorrect to call
the locomotive to release ...“ ist nicht zutreffend.
Nur wenn man die Beschleunigungsphase betrachtet

List Alberta Einsteina Lincolnovi Barnettovi, 19 júna 1948:

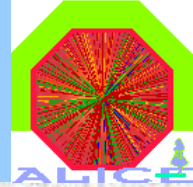
“Nie je správne zavádzať koncepciu hmotnosti $M = \gamma m$ pre teleso v pohybe,
pre ktorú neexistuje jasná definícia. Lepšie je používať len koncepciu
“pokojovej hmotnosti” m . Namiesto M je lepšie sa zmieniť o vzťahy pre
hybnosť a energiu pohybujúceho sa telesa”

Využitie Teórie Relativity

- Dnes je nám jasné, že Teória Relativity má ďalekosiahle využitie vo výskume aj praxi!
- Vo výskume:
 - Časticová fyzika
 - Popis interakcií elementárnych častíc
 - Urýchľovače častíc
 - Astronómia
 - Čierne diery
 - Gravitačné šošovky
- Príklad praktického využitia: **GPS**
 - Bez znalosti TR by GPS malo za jeden deň chybu 10 km!!
 - Efekt deformácie času na satelitoch v dôsledku zemskej gravitácie a ich orbitálnej rýchlosti
 - Obe časti Teórie Relativity relevantné
 - GPS je dnes multi-miliardový priemysel



A Einstein nám povedal:



SIDNEY HARRIS

$$E_0 = m c^2$$

~~$$E = m c^2$$~~

otnosť)

Teória relativity nás naučila:
 vnútorná energia prispieva k hmotnosti telesa
 hmotnosť sama je formou energie

V populárnovedeckej literatúre a (nanešťastie) vo veľa učebniciach sa používajú dva rozdielne pojmy:

pokojuvá (kl'udová) **hmotnosť**' (rest mass, invariant mass, proper mass)

$$m_0$$

relativistická hmotnosť' (relativistic mass) – často len **hmotnosť**' (mass)

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

Vo vedeckej literatúre a vo fyzike častíc sa používa len jeden pojem:

hmotnosť' (mass) – prídavné meno nie je potrebné, index nie je potrebný

$$m$$

hodnota **hmotnosti** nezávisí od rýchlosti akou sa teleso pohybuje

V tejto prednáške sa budeme dôsledne pridŕžovať racionálnej (vedeckej) terminológie:

hmotnosť (mass) budeme označovať

$$m$$

ak budeme potrebovať inú “hmotnosť” budeme ju označovať indexom a kvalifikovať prídavným menom, napr.

populárnovedecká **relativistická hmotnosť** (relativistic mass)

$$m_r = \frac{m}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

populárnovedecká **pokojuv hmotnosť** (rest mass, proper mass)

$$m_0 = m$$



L B Okun, ITEP, Moscow
Physics Today **42**(6) p 31, June 1989



THE CONCEPT OF MASS

In the modern language of relativity theory there is only one mass, the Newtonian mass m , which does not vary with velocity; hence the famous formula $E = mc^2$ has to be taken with a large grain of salt.

Lev B. Okun

Koncepcia hmotnosti

V modernom jazyku relativistickej teórie existuje len jedna hmotnosť, Newtonská hmotnosť m , ktorá nezávisí od rýchlosti; a preto populárnu formulu $E = mc^2$ treba brať s veľkým zrnkom soli.

Carl G Adler, East Carolina University, Greenville
American Journal of Physics **55**(8) p 739, August 1987



Does mass really depend on velocity, dad?

Carl G. Adler

Department of Physics, East Carolina University, Greenville, North Carolina 27858

(Received 2 September 1986; accepted for publication 30 September 1986)

Relativistic mass is discussed in both a pedagogical and historical context. It is pointed out that its introduction into the theory of special relativity was much in the way of a historical accident. Gaining widespread use initially in instruction, the use of relativistic mass is showing signs of progressive disfavor. An analysis and criticism of the various ways relativistic mass is used in relativity is detailed and special attention is given to the frequent misuse of relativistic mass as an inertia.

Skutočne závisí hmotnosť od rýchlosti, ocko?

Relativistická hmotnosť je diskutovaná v pedagogickom a historickom kontexte. Zavedenie tohto pojmu do špeciálnej teórie relativity bola do veľkej miery **historická nehoda**. Zpočiatku sa používanie relativistickej hmotnosti veľmi rozšírilo, progresívne sa však od neho upúšťa. Analýza a kritika rôznych používaní relativistickej hmotnosti v relativite je podrobne rozoberaná, zvláštna pozornosť je venovaná častému zneužívaniu relativistickej hmotnosti ako miery zotrvačnosti.

Carl G Adler, East Carolina University, Greenville
American Journal of Physics **55**(8) p 739, August 1987



I. INTRODUCTION

The title of this article is a question my son asked me after his first day of high school physics. My answer, “No!” “Well, yes...” “Actually, no, but don’t tell your teacher.” The next day my son dropped physics. The confusion obvious in my answer is a result of a dramatic change in the role the concept of relativistic mass has played in the understanding of the special theory of relativity. An example

Skutočne závisí hmotnosť od rýchlosti, ocko?

I. Úvod

Názov tohto článku je otázka, ktorú sa ma spýtal môj syn po prvej hodine fyziky na strednej škole. Odpovedal som:

“Nie!” “No dobre, áno...” “V skutočnosti, nie, ale nehovor to učiteľovi.”

Nasledujúci deň môj syn skončil s fyzikou. Zmätok, očividný v mojej odpovedi, vyplýva z dramatickej zmeny, ktorú koncepcia relativistickej hmotnosti hrala v pochopení špeciálnej teórie relativity.

Vo fyzike potrebujeme 3 základné jednotky:
(ale aj toto tvrdenie nie je jednoznačne prijaté...)

| | |
|----------|----|
| dĺžka | m |
| čas | s |
| hmotnosť | kg |

Máme 3 fundamentálne konštanty:
(ale aj toto tvrdenie nie je jednoznačne prijaté...)

| | | |
|--------------------------|---|--------------------------|
| rýchlosť svetla vo vákuu | $c = 299\,792\,458$ m/s | |
| Planckova konštanta | $h = 6.6260693 \times 10^{-34}$ kg m ² /s | $\pm 1.7 \times 10^{-7}$ |
| gravitačná konštanta | $G = 6.6742 \times 10^{-11}$ m ³ /(kg s ²) | $\pm 1.5 \times 10^{-4}$ |

Takže môžeme použiť fundamentálne konštanty na definíciu základných jednotiek (a rýchlosť svetla vo vákuu sa už takto používa) !

Prečo jednotka teploty (K) nie je základná a Boltzmannova konštanta nie je fundamentálna?

Fyzici si to však ešte viac zjednodušili – predefinujeme základné jednotky tak, aby fundamentálne konštanty boli tautologicky rovné 1 (jediný racionálny dôvod je lenivosť, formuly sa zjednodušia...)

| | | |
|----------|---|------------------------|
| dĺžka | | rýchlosť |
| čas | → | moment hybnosti |
| hmotnosť | | (ani to neviem nazvať) |

Je to len matematický trik!

Vo fyzike častíc sa to nepoužíva až úplne do konca, len

$c = 1 \rightarrow$ dĺžka a čas majú rovnakú jednotku, vyberieme fm ($= 10^{-15}\text{m}$)

| | | | |
|----------|---|----------|-----|
| dĺžka | | rýchlosť | 1 |
| čas | → | dĺžka | fm |
| hmotnosť | | energia | GeV |

Pre naše účely toto stačí...

Fyzici však obyčajne pokračujú ďalej

$h/2\pi = 1 \rightarrow$ dĺžka a energia majú inverzné jednotky ($h/2\pi \approx 0.2 \text{ GeV fm}$)

| | | | |
|----------|---------------|---------------------|--------------|
| dĺžka | | rýchlosť | 1 |
| čas | \rightarrow | moment hybnosti | 1 |
| hmotnosť | | dĺžka alebo energia | fm alebo GeV |

Zostala nám (formálne) len jedna jednotka (fm alebo GeV, niekedy sa používajú aj tak obidve...):

$$1 \text{ fm} = 5 \text{ GeV}^{-1}$$

$$1 \text{ GeV} = 5 \text{ fm}^{-1}$$

Fyzik normálne povie: protón má hmotnosť asi 1 GeV a rozmer 4 GeV⁻¹
 alebo: protón má hmotnosť asi 5 fm⁻¹ a rozmer 0.8 fm
 najčastejšie však: protón má hmotnosť asi 1 GeV a rozmer 0.8 fm

Ďalej môžeme použiť gravitačnú konštantu G , lepšie $\sqrt{\hbar G/c^3}$ alebo $\sqrt{\hbar c^5/G}$...